الكيمياء

الجزء الأول : تفاعلية أيونات الإيثانوات

1 ـ دراسة تفاعل أيونات الإيثانوات مع الماء

1 ـ 1 معادلة تفاعل أيونات الإيثانوات والماء

المزدوجتين المتدخلتين في التفاعل (تفاعل حمض ـ قاعدة) $CH_3COOH(aq)/CH_3COO^-(aq)$ و $H_2O(\ell)/HO^-(aq)$

$$CH_3COO^-(aq) + H_2O(\ell) \rightarrow CH_3COOH(aq) + HO^-(aq)$$

1 ـ 2 الجدول الوصفي لتطور التفاعل :

المعادلة الكيميائية		$CH_3COO^-(aq) + H_2O(\ell) \rightarrow CH_3COOH(aq) + HO^-(aq)$			
الحالة البدئية	0	C_1V	وفير	0	0
خلال التفاعل	x	$C_1V - x$	وفير	x	x
الحالة النهائية	x_f	$C_1V - x_f$	وفير	x_f	x_f

التعبير عن نسبة التقدم النهائي τ_1 :

لدينا $\tau_1 = \frac{x_f}{x_{max}}$ بحيث أن $x_f = [HO^-]_f V = \frac{Ke}{[H_3O^+]_f}.V = Ke.10^{pH}.V$ و $x_{max} = C_1V$ ومنه فإن $\boxed{\tau_1 = \frac{Ke.10^{pH}}{C_1}}$

تطبيق عددي : $C_1 = \frac{m}{M.V} = \frac{0,410}{82\times0,5} = 10^{-2} mol/L$ و $pH = 8,4$ و $Ke = 10^{-14}$

$$\boxed{\tau_1 = 2,512\times10^{-4}}$$

1 ـ 3 التعبير عن ثابتة التوازن K :

لدينا $K = \frac{[CH_3COOH]_f \times [HO^-]_f}{[CH_3COO^-]_f}$ وحسب الجدول الوصفي : $[CH_3COOH]_f \times [HO^-]_f = \left(\frac{x_f}{V}\right)^2 = (C_1\tau_1)^2$ و

$[CH_3COO^-]_f = C_1 - C_1\tau_1$ وبالتالي فإن $\boxed{K = \frac{C_1\tau_1^2}{1-\tau_1}}$

تطبيق عددي : $K = \frac{10^{-2}\times(2,5\times10^{-4})^2}{1-2,5\times10^{-4}} = 6,25\times10^{-10}$

1 ـ 4 نعلم **أن ثابتة التوازن لا تتعلق بالتخفيف** ، أي أن $K = \frac{C_2\tau_2^2}{1-\tau_2}$ ومنه فإن $C_2\tau_2^2 + K\tau_2 - K = 0$ أي أن

$\sqrt{\Delta} = \sqrt{K^2 + 4KC_2} = 1,6\times10^{-6}$ أي أن $\boxed{\tau_2 = 7,99\times10^{-4}}$

نستنتج **أن التخفيف يؤدي إلى الزيادة في نسبة التقدم النهائي** τ

2 ـ دراسة تفاعل أيونات الإيثانوات مع حمض الميثانويك

2 ـ 1 أ ـ التحقق من قيمة ثابتة التوازن الكيميائية K :

من خلال المعادلة لدينا : (1) $K = \frac{[CH_3COOH]_f \times [HCOO^-]_f}{[CH_3COO^-]_f \times [HCOOH]_f} = \frac{x_f^2}{(CV_1 - x_f)(CV_2 - x_f)}$

وحسب تعبير الموصلية لدينا الموصلية عند التوازن $\sigma_{eq} = 81,3 + 1,37\times10^4 x_{eq}$ أي أن $x_{eq} = \frac{\sigma_{eq} - 81,9}{1,37\times10^4} = 9,88\times10^{-5} mol/L$

وبالتعويض في المعادلة (1) نحصل على $K \simeq 10$

ب ـ لنستنتج قيمة الثابتة الحمضية K_{A2} للمزدوجة $HCOOH/HCOO^-$

حسب التعبير (1) لدينا : $K = \dfrac{[CH_3COOH]_f \times [HCOO^-]_f \times [H_3O^+]_f}{[CH_3COO^-]_f \times [HCOOH]_f \times [H_3O^+]_f} = \dfrac{K_{A2}}{K_{A1}}$ أي أن $\boxed{K_{A2} = K.K_{A1}}$

تطبيق عددي : $K_{A1} = 10 \times 1,6 \times 10^{-5} = 1,6 \times 10^{-4}$

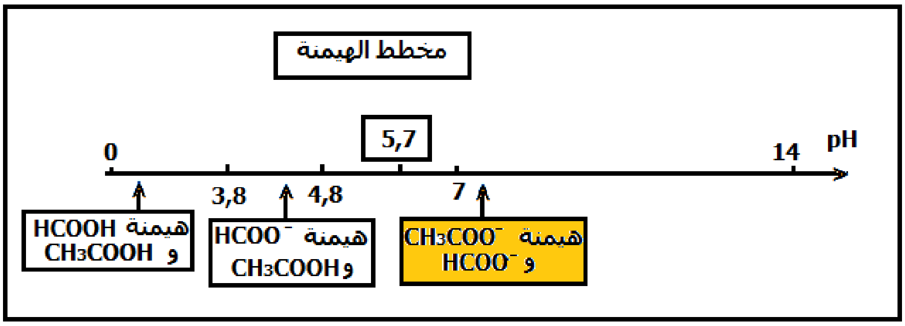
2 ـ 2 حساب pH الخليط :

لدينا : $pH = pK_{A1} + \log\left(\dfrac{[CH_3COO^-]}{[CH_3COOH]}\right)$ أي أن $\boxed{pH = pK_{A1} + \log\left(\dfrac{C_1V}{x_{eq}} - 1\right)}$

عدديا : $pH = 5,7$

النوعين الكيميائيين المهيمنين في الخليط :

مخطط الهيمنة بالنسبة للمزدوجتين : CH_3COOH / CH_3COO^- و $HCOOH / HCOO^-$



من خلال المخطط أعلاه فإن النوعين المهيمنين في الخليط هما : CH_3COO^- و $HCOO^-$

الجزء الثاني : دراسة العمود نحاس ـ ألومينيوم

1 ـ 1 منحى تطور المجموعة :

لدينا حسب المعادلة الكيميائية أن $Q_{r,i} = \dfrac{[Cu^{2+}]_i^3}{[A\ell^{3+}]_i^2}$

ومن خلال منحنى الشكل (2) لدينا $[Cu^{2+}]_i = 5 \times 10^{-2} mol/L$ وهو يساوي كذلك التركيز $[A\ell^{3+}]_i$ وبالتالي فإن

$Q_{r,i} = \dfrac{[Cu^{2+}]_i^3}{[A\ell^{3+}]_i^2} = [Cu^{2+}]_i = 5 \times 10^{-2} mol/L$ وبما أن $Q_{r,i} > K$ فإن المجموعة الكيميائية ستتطور تلقائيا في المنحى المعاكس (2) أي منحى تكون النحاس وأيونات الألومنيوم III .

وستكون المعادلة الكيميائية المنمذجة لهذا التفاعل هي : $3Cu^{2+}(aq) \;+\; 2A\ell(s) \rightleftarrows 3Cu(s) \;+\; 2A\ell^{3+}(aq)$

1 ـ 2 التبيانة الاصطلاحية للعمود :

من خلال منحى التطور التلقائي يتبين أن إلكترود الألمنيوم هو الأنود القطب السالب للعمود و إلكترود النحاس هو الكاتود القطب الموجب للعمود وبالتالي فإن التبيانة الاصطلاحية هي :

$(-) A\ell(s) / A\ell^{3+}(aq) // Cu^{2+}(aq) / Cu(s) (+)$

2 ـ 1 التعبير عن التركيز $[Cu^{2+}]_t$ عند اللحظة t

نستعمل الجدول الوصفي للتفاعل خلال اشتغال العمود :

المعادلة الكيميائية		$3Cu^{2+}(aq) \;+\; 2A\ell(s) \rightleftarrows 3Cu(s) \;+\; 2A\ell^{3+}(aq)$				عدد الإلكترونات المتبادلة
بداية التفاعل	0	C_0V	$m_i(A\ell)$	$m_i(Cu)$	C_0V	0
عند اللحظة t	x	$C_0V - 3x$	$m_i(A\ell) - 2x$	$m_i(Cu) + 3x$	$C_0V + 2x$	6x

عند اللحظة t ، لدينا $[Cu^{2+}]_t = \dfrac{n(Cu^{2+})_t}{V} = \dfrac{C_0V - 3x}{V} = C_0 - \dfrac{3x}{V}$ من لدينا كذلك $n(e^-) = 6x$

من جهة أخرى : $I\Delta t = n(e)F$ بحيث أن $\Delta t = t - t_0$ وبما أن $t_0 = 0$ فإن $\Delta t = t$ أي أن $I.t = 6x.F$ أي أن $x = \frac{I.t}{6.F}$

$$\boxed{\left[Cu^{2+}\right]_t = C_0 - \frac{I.t}{2.F.V}}$$

2 ـ 2 حساب قيمة الشدة I للتيار الكهربائي المار في الدارة :

من خلال المنحنى الممثل في الشكل (2) : $t = 2500s$ لدينا $\left[Cu^{2+}\right]_f = 0$ أي أن $C_0 = \frac{I.t_C}{2.F.V}$ أي أن $\boxed{I = \frac{2.F.V.C_0}{t_c}}$

تطبيق عددي : $I \simeq 0{,}19A$

3 ـ حساب Δm تغير كتلة صفيحة الألومنيوم عندما يستهلك العمود كليا : $\Delta n(A\ell) = n_f(A\ell) - n_i(A\ell) = -2x_f$ أي أن

$\Delta m = -2x_f.M(A\ell)$ و $x_f = \frac{n(e)}{6} = \frac{I.t_c}{6.F}$ أي أن $\boxed{\Delta m = -\frac{I.t_c}{3.F}.M(A\ell)}$ عدديا : $\Delta m = -44{,}6mg$ أي أن لإلكترود الألومنيوم سيتناقص ب $44{,}3mg$

الفيزياء

التمرين 1 : التفاعلات النووية لنظائر الهيدروجين

1 ـ النشاط الإشعاعي β^- لترتيوم

1 ـ 1 معادلة التفتت : ${}^3_1H \rightarrow {}^3_2He + {}^{0}_{-1}e$

1 ـ 2 تحديد $t_{1/2}$ عمر نصف النويدة :

من خلال المنحنى فإن معادلته الزمنية هي : $Ln(N) = -0{,}05682.t + 50$ ومن جهة أخرى نعلم أن $N = N_0Exp(-\lambda t)$ بحيث

أن $\lambda = \frac{Ln2}{t_{1/2}}$ أي أن $N = N_0Exp\left(-\frac{t.Ln2}{t_{1/2}}\right)$ أي أن $Ln(N) = -\frac{Ln2}{t_{1/2}}.t + Ln(N_0)$ ومنه فإن $\frac{Ln(2)}{t_{1/2}} = 2{,}2159$ أي أن

$$t_{1/2} = \frac{Ln2}{0{,}05682} = 12{,}2ans$$

2 ـ الاندماج النووي

2 ـ 1 المجال الذي يتضمن النويدات التي يمكن أن تخضع لتفاعلات الاندماج هي النويدات الخفيفة ($A < 20$) والغير المستقرة (كلما كانت طاقة الربط بالنسبة لنوية صغيرة تكون النويدة أقل استقرار بحيث بالنسبة للنوى الخفيفة تسعى إلى الاندماج للحصول على نوى أكثر استقرار أي أن $\left(-\frac{E_\ell}{A}\right)$ كبيرة جدا وهذا يلاحظ بالنسبة للنوى المنتمية للمجال (1)

2 ـ 2 حساب القيمة المطلقة للطاقة الممكن استخلاصها من $1m^3$ من ماء البحر ، انطلاقا من تفاعل اندماج الدوتريوم مع الترتيوم :

الطاقة الممكن الحصول عليها انطلاقا من تفاعل نواة واحدة من الدوتيريوم و الترتيوم :

$$|E_1| = \Delta m.c^2 = \left|m(n) + m(He) - m(({}^2_1H) - m({}^3_1H)\right| = 17{,}5960MeV$$

عدد النوى الدوتيريوم الموجودة في $1m^3$ من ماء البحر والذي يحتوي على $33g$ من ${}^2_1H$ أي أن :

$N = \frac{33}{2{,}01355 \times 1{,}66 \times 10^{-24}} = 9{,}87287 \times 10^{24}$ وبالتالي فإن الطاقة الممكن استخلاصها من $1m^3$ من ماء البحر ، انطلاقا من تفاعل اندماج هي : $\boxed{|E| = N \times |E|}$ عدديا : $|E| = 1{,}73723 \times 10^{26} MeV$

التمرين 2 : تحديد مميزات وشيعة قصد استعمالها في انتقاء موجة مضمَّنة

1 ـ تحديد معامل التحريض L والمقاومة r للوشيعة (b)

1 ـ 1 المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر u_R :

حسب قانون إضافية التوترات لدينا : $E = u_b + u_R$ بحيث أن $u_b = ri + L\frac{di}{dt}$ و $u_R = R.i$ أي أن $i = \frac{1}{R}.u_R$ أي $\frac{di}{dt} = \frac{1}{R}.\frac{du_R}{dt}$

ومنه فإن $E = u_R + \frac{r}{R}u_R + \frac{L}{R}\frac{du_R}{dt}$ ، نضرب طرفي المعادلة في R ، أي أن $\boxed{L\frac{du_R}{dt} + (R+r).u_R - E.R = 0}$

ب ـ بما أن $u_R = U_0\left(1-e^{-\lambda t}\right)$ حلا للمعادلة التفاضلية فهي تحققها أي أن : $LU_0\lambda e^{-\lambda t} + (R+r)U_0\left(1-e^{-\lambda t}\right) = E.R$ وبعد

النشر نحصل على : $U_0e^{-\lambda t}\left(L.\lambda - (R+r)\right) + (R+r)U_0 = E.R$ أي أن $L.\lambda = (R+r)$ ومنه فإن $\boxed{\lambda = \frac{R+r}{L}}$ و $\boxed{U_0 = \frac{E.R}{R+r}}$

1 ـ 2 أ ـ تعبير r مقاومة الوشيعة :

لدينا حسب المعطيات أن شدة التيار الكهربائي المار في الدارة في النظام الدائم هو $I = 0,1A$ وحسب المعادلة التفاضلية فإن

$E = U_R + r.I$ لكون أن $\frac{di}{dt} = 0$ وبما أنه في النظام الدائم $u_R = U_0 = U_R$ فإن $r.I = E - U_0$ ومنه فإن $\boxed{r = \frac{E - U_0}{I}}$

تطبيق عددي : حسب المنحنى (2) لدينا $U_0 = 7,6V$ و $E = 10V$ ومنه فإن $r = 24\Omega$

ب ـ حسب المنحنى (2) فإن $(du_R/dt)_{t=0}$ تمثل المعامل الموجه للمماس T أي أن : $\left(\frac{du_R}{dt}\right)_{t=0} = \frac{\Delta u_R}{\Delta t} = \frac{U_0}{\tau}$ بحيث أن

$\tau = \frac{1}{\lambda} = \frac{L}{R+r}$ وبما أن $U_0 = \frac{E.R}{R+r}$ فإن $R + r = \frac{E.R}{U_0} = \frac{E}{I}$ ومنه فإن $\boxed{\left(\frac{du_R}{dt}\right)_{t=0} = \frac{U_0.E}{L.I}}$

حساب L

حسب المستقيم المماس للمنحنى (2) معامله الموجه هو : $\left(\frac{du_R}{dt}\right)_{t=0} = \frac{7,6}{5\times10^{-3}} = 1520V/s$ ومنه فإن

$$L = \frac{7,6\times10}{0,1\times1520} = 0,5H$$

2 ـ تحديد معامل التحريض L' و المقاومة r' للوشيعة (b')

2 ـ 1 خمود الذبذبات ناتج عن وجود المقاومة $R'+r'$ ويعلل من الناحية الطاقية بكون أن الطاقة الممنوحة من طرف المكثف والتي يتوفر عليها بدئيا يضيع جزء منها بمفعول جول ، في كل دور ، في الموصلات الأومية المتوفرة في الدارة .

ب ـ نعلم أن الدور الخاص للمتذبذب LC هو : $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$ وبما أن $T_0 = T$ بحيث أن T شبه الدور وحسب المنحنى

الشكل (4) $T = 15,82ms$ فإن $T^2 = 4\pi^2LC$ أي أن $\boxed{L = T^2/4\pi^2C}$ عدديا : $L = 0,317H$

2 ـ 2 لنبين أن $r' \approx 0$

عند $t = T$ لدينا $u_C(T) = 4,5V$ وحسب المعادلة الزمنية $u_C(T) = E\exp\left(-\frac{(R'+r')}{2L'}.T\right)$ أي أن

$\boxed{r' = \frac{2L'}{T}Ln\left(\frac{E}{u_C(T)}\right) - R'}$ عدديا $r' = 8,77\times10^{-4} \approx 0$

3 ـ إرسال واستقبال إشارة مضمَّنة

3 ـ 1 لنبين أن تضمين الوسع تم بكيفية جيدة :

لدينا تعبير توتر مضمَّن الوسع هو : $u_S(t) = A\left(1 + 0,6\cos\left(10^4\pi.t\right)\right).\cos\left(2.10^5\pi t\right)$

من خلال هذا التعبير :

ـ لدينا تردد الإشارة المضمِّنة $f_s = 5\times10^3 Hz$ و تردد الإشارة الحاملة : $F_P = 10^5 Hz$ أي أن $F_P > 10f_S$.

ـ نسبة التضمين $m = 0,6$ أي أنها $m < 1$

إذن عملية التضمين جيدة

3 ـ 2 لنبين أن استعمال الوشيعة (b') في التركيب (1) يمكن من انتقاء الإشارة $u_s(t)$:

لدينا تردد الإشارة مضمَّنة الوسع هو $F_P = 10^5 Hz$ أي أن $F_P = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC_0}}$ أي أن $C_0 = \frac{1}{4\pi^2 L F_P^2} = 8\times10^{-12} F$ ونلاحظ أن

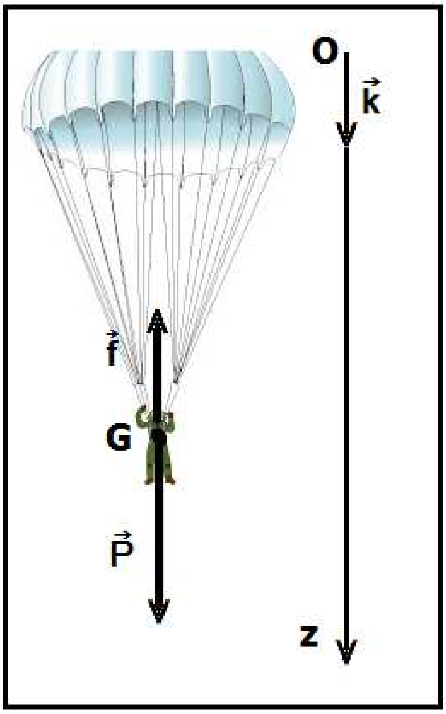
$\boxed{6\times10^{-12} F < C_0 < 12\times10^{-12} F}$

3 ـ 3 نعلم أنه للحصول على كشف غلاف جيد يجب أن تكون : $T_P << R_1 C_1 < T_s$ أي أن $\frac{T_P}{R_1} << C_1 < \frac{T_s}{R_1}$ أي أن

$\boxed{\frac{1}{F_P R_1} << C_1 < \frac{1}{f_s R_1}}$ عدديا لدينا $\boxed{0,33nF << C_1 < 6,67nF}$ إذن سعة المكثف الملائم هي : $5nF$

التمرين 3 :

الجزء الأول : حركة سقوط مضلي



1 ـ تعبير المعادلة التفاضلية التي تحققها السرعة v :

ندرس حركة المضلي ولوازمه (S) في مرجع مرتبط بسطح الأرض والذي نعتبره غاليليا

جرد القوى المطبقة على المجموعة (S) بعد فتح المضلة : $\vec{P}$ وزن المجموعة و $\vec{f}$ تأثير الهواء على المجموعة ودافعة ارخميدس مهملة أمام القوى الأخرى

نطبق القانون الثاني لنيوتن في المرجع المرتبط بسطح ارض : $\vec{P} + \vec{f} = m\vec{a}_G$

نسقط العلاقة في المعلم $(O,\vec{k})$ المرتبط بسطح الأرض :

$P_z + f_z = m\frac{dv_z}{dt}$ نضع $v_z = v$ أي أن $mg - kv^2 = m\frac{dv}{dt}$ أي أن $\frac{dv}{dt} = g - \frac{k}{m}v^2$

ومنه فإن $\boxed{\frac{dv}{dt} = g\left(1 - \frac{kv^2}{mg}\right)}$ نضع $\frac{k}{mg} = \frac{1}{\alpha^2}$ أي أن $\boxed{\alpha = \sqrt{\frac{mg}{k}}}$

2 ـ يمثل المقدار α السرعة الحدية للمجموعة (S) :

التعليل : من خلال معادلة الأبعاد يتبين أن α لها بعد السرعة (m/s)

في النظام الدائم السرعة تكون ثابتة أي أن $\frac{dv}{dt} = 0$ أي أن $v_\ell = \sqrt{\frac{mg}{k}}$

3 ـ تحديد قيمة α : $\alpha = v_\ell$ تمثل السرعة الحدية للمجموعة (S) وحسب الشكل (2) $v_\ell = 5m/s$

قيمة k : $k = \frac{mg}{v_\ell^2} = 39,2SI$

وحدة k في النظام العالمي للوحدات : $f = kv^2$ أي أن $[k] = \frac{[f]}{[v]^2} = \frac{kg.m.s^2}{s^2.m^2} = \boxed{kg/m}$

$\boxed{k = 39,2kg/m}$

4 ـ تحديد خطوة الحساب Δt

لدينا حسب طريقة أولير : $v_{n+1} = v_n + a_n.\Delta t$ و $a_n = g\left(1 - \frac{v_n^2}{v_\ell^2}\right) = g - \frac{g}{v_\ell^2}v_n^2$ ومنه فإن

$$v_{n+1} = v_n + \left(g - \frac{g}{v_\ell^2}v_n^2\right)\Delta t = v_n + g.\Delta t - \frac{g.\Delta t}{v_\ell^2}v_n^2$$

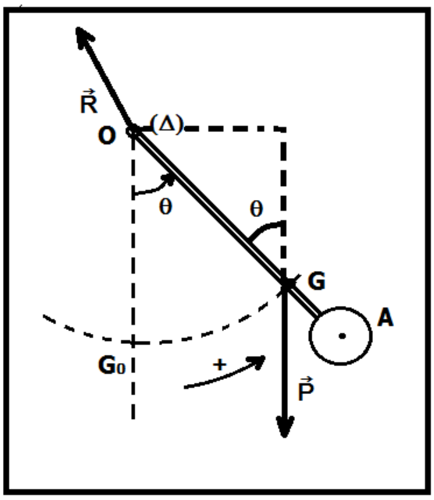
وحسب المعطيات لدينا : $v_{n+1} = v_n + 1,96 - 7,84.10^{-2}.v_n^2$ أي أن

$g.\Delta t = 1,96$ أي أن $\boxed{\Delta t = \frac{1,96}{g} = 0,2s}$

الجزء الثاني : النواس الوازن

نضع $M = m_1 + m_2$

1 ـ دراسة النواس الوازن على سطح البحر



1 ـ 1 المعادلة التفاضلية للنواس الوازن التي تحققها الزاوية θ بالنسبة للذبذبات ذات الوسع الصغير :

في معلم مرتبط بسطح الأرض والذي نعتبره غاليليا ، نطبق العلاقة الأساسية للديناميك على المجموعة التي تكون النواس الوازن : $\sum \mathcal{M}_\Delta(\vec{F}_i) = J_\Delta.\dfrac{d^2\theta}{dt^2}$

تخضع المجموعة إلى القوى التالية : $\vec{P}$ وزن المجموعة و $\vec{R}$: تأثير المحور (Δ) على المجموعة

$\mathcal{M}_\Delta(\vec{P}) + \mathcal{M}_\Delta(\vec{R}) = J_\Delta.\dfrac{d^2\theta}{dt^2}$ وباختيار منحى موجب نحصل على

$-MgOG\sin\theta = J_\Delta.\dfrac{d^2\theta}{dt^2}$ بحيث أن $\mathcal{M}_\Delta(\vec{R}) = 0$

غي حالة الذبذبات ذات وسع صغير لدينا $\sin\theta \simeq \theta$ وبالتالي فإن

$-Mg_0d.\theta = J_\Delta.\dfrac{d^2\theta}{dt^2}$ أي أن $\boxed{\dfrac{d^2\theta}{dt^2} + \dfrac{Mg_0d}{J_\Delta}\theta = 0}$

1 ـ 2 تعبير الدور الخاص T_0 للنواس الوازن

باعتبار أن $\theta(t) = \theta_0\cos\left(\dfrac{2\pi}{T_0}t\right)$ حلا للمعادلة التفاضلية السابقة : $\dfrac{d^2\theta}{dt^2} = -\dfrac{4\pi^2}{T_0^2}\theta_0\cos\left(\dfrac{2\pi}{T_0}t\right) = -\dfrac{4\pi^2}{T_0^2}\theta(t)$

لكي تكون $\theta(t)$ حلا للمعادلة التفاضلية يكفي أن $\dfrac{4\pi^2}{T_0^2} = \dfrac{Mgd}{J_\Delta}$ أي أن $\boxed{T_0 = 2\pi\sqrt{\dfrac{J_\Delta}{(m_1+m_2)g_0d}}}$

حساب T_0 : $T_0 = 2s$

1 ـ 3 تعبير شدة القوة $\vec{R}$ المقرونة بتأثير المحور Δ على النواس الوازن عند مروره من موضع توازنه المستقر :

عند مرور النواس من موضع توازنه المستقر تكون السرعة الخطية قصوى :

$$\boxed{v_{max} = d.\left(\frac{d\theta}{dt}\right)_{max} = \frac{2\pi.d.\theta_0}{T_0}}$$

من جهة أخرى ، نطبق القانون الثاني لنيوتن في أساس فريني $(G,\vec{u},\vec{n})$ على النواس الوازن : $\vec{P} + \vec{R} = M.\vec{a}_G$ نسقط على

المحور $G\vec{n}$: $-Mg_0 + R = M.\dfrac{v_{max}^2}{d}$ أي أن $R_N = M\left(g_0 + \dfrac{4\pi^2.d.\theta_0^2}{T_0^2}\right)$

على المحور $G\vec{u}$: $R_T = 0$ أي أن $\boxed{R = R_N = M\left(g_0 + \dfrac{4\pi^2.d.\theta_0^2}{T_0^2}\right)}$

تطبيق عددي : $\boxed{R = 2N}$

2 ـ تصحيح الفرق الزمني ΔT عندما يكون النواس في منطقة جبلية حيث تسارع الثقالة $g = 9,78m/s^2$

2 ـ 1 تعبير الطاقة الميكانيكية للمجموعة المتذبذبة ، في حالة الذبذبات ذات وسع صغير :

لدينا تعبير الطاقة الميكانيكية للمجموعة المتذبذبة : $E_m = E_p + E_c$ بحيث أن E_C الطاقة الحركية للمجموعة $E_C = \dfrac{1}{2}J_\Delta\dot{\theta}^2$ و

E_p طاقة الوضع للمجموعة : $E_p = E_{pp} + E_{pt}$

E_{pp} طاقة الوضع الثقالية للمجموعة : $E_{pp} = Mgz + Cte$ وحسب الحالة المرجعية $E_{pp} = 0$ عند $z = 0$ فإن $Cte = 0$

و $z = d(1-\cos\theta)$ وبالتالي فإن $E_{pp} = (m_1+m_2)gd(1-\cos\theta)$ في حالة الذبذبات ذات وسع صغير فإن $1-\cos\theta = \dfrac{\theta^2}{2}$ أي أن

$$\boxed{E_{pp} = (m_1+m_2)gd\frac{\theta^2}{2}}$$

E_{pt} طاقة الوضع للي : $E_{pt}=\frac{1}{2}C\theta^2+Cte$ وحسب الحالة المرجعية $E_{pt}=0$ عند $\theta=0$ (النابض الحلزوني غير مشوه)

$Cte=0$ أي أن $\boxed{E_{pt}=\frac{1}{2}C\theta^2}$

ومنه فإن طاقة الوضع للمجموعة هي : $E_p=\frac{1}{2}\left((m_1+m_2)gd\theta^2+C\theta^2\right)$ وبالتالي فإن الطاقة الميكانيكية هي :

$\boxed{E_m=\frac{1}{2}J_\Delta\dot{\theta}^2+\frac{1}{2}((m_1+m_2)gd+C)\theta^2}$ نضع $a=\frac{C}{2}$ و $b=\frac{(m_1+m_2)gd+C}{2}$ فنحصل على التعبير التالي :

$E_m=a.\dot{\theta}^2+b.\theta$

2 ـ 2 لنستنتج المعادلة التفاضلية التي تحققها θ :

الاحتكاكات مهملة أي أن هناك انحفاظ الطاقة الميكانيكية للمجموعة : $\frac{dE_m}{dt}=0$

$2a\dot{\theta}.\ddot{\theta}+2b\theta.\dot{\theta}=0$ أي أن $2a\dot{\theta}\left(\ddot{\theta}+\frac{b}{a}\theta\right)=0$ ومنه فإن المعادلة التفاضلية هي : $\boxed{\ddot{\theta}+\frac{b}{a}\theta=0}$

2 ـ 3 تعبير ثابتة اللي C الملائمة لتصحيح الفرق الزمني ΔT :

لدينا الفرق الزمني $\Delta T=T-T_0$ بحيث أن T_0 دور النواس في الحالة الأولى وعلى سطح البحر $T_0=2\pi\sqrt{\frac{J_\Delta}{(m_1+m_2)g_0d}}$ و T

دور المجموعة في الحالة الثانية وفي منطقة جبلية : $T=2\pi\sqrt{\frac{a}{b}}=2\pi\sqrt{\frac{J_\Delta}{C+(m_1+m_2)gd}}$ ولتصحيح الفرق الزمني يجب أن

تكون $\Delta T=0$ أي أن $T=T_0$ ومنه فإن $\boxed{C=(m_1+m_2)d(g_0-g)=(m_1+m_2)d\Delta g}$ بحيث أن $\Delta g=g_0-g$

حساب C : $C=2\times10^{-3}N.m/rad$

ذ . علال محداد

أستاذ العلوم الفيزيائية بالسلك الثانوي ألتأهلي